

DROITES ET PLANS DE L'ESPACE

1. Plan

Un plan est une partie de l'espace qui possède les propriétés suivantes :

- Il contient 3 points non alignés et il est distinct de l'espace entier.
- S'il contient 2 points A et B , alors il contient toute la droite (AB) .

Le plan qui contient les points non alignés A , B et C peut se noter (ABC) .

Un plan peut aussi être défini par deux droites sécantes.

2. Positions relatives

a. Positions relatives de deux droites

Deux droites peuvent être :

- non coplanaires, C'est-à-dire qu'il n'existe pas de plan qui les contienne toutes les deux.
- sécantes, elle ont donc un point commun.
- parallèles, elle n'ont donc pas de point commun ou sont confondues.

b. Positions relatives de deux plans

Deux plans peuvent être :

- sécants, ils ont alors une droite en commun.
- Parallèles, ils n'ont alors pas de points communs ou sont confondus.

c. Positions relatives d'une droite et d'un plan :

Une droite et un plan peuvent être :

- sécants, ils ont alors un point commun
- parallèles, ils n'ont alors pas de point commun ou la droite est incluse dans le plan.

d. Exemples

Dans le cube $ABCDEFGH$

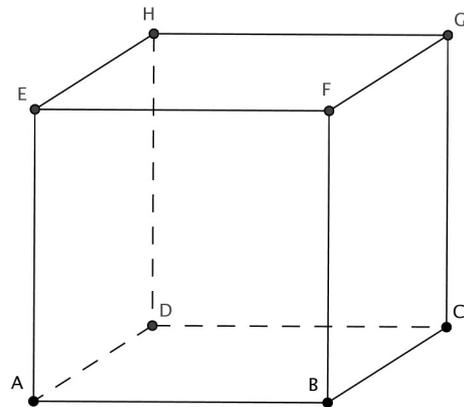
(AB) et (GC) sont non coplanaires.

(EG) et (AC) sont parallèles.

(ABC) et (BFG) sont sécants selon la droite (BC) .

(BDH) et (AE) sont parallèles.

(FCG) et (HB) sont sécants en B .



3. Parallélisme

a. Parallélisme de deux plans

Deux plans sont parallèles si deux droites sécantes de l'un sont parallèles à deux droites sécantes de l'autre.

b. Plan sécant à deux plans parallèles

Si deux plans sont parallèles, tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et les deux droites d'intersection sont parallèles.

c. Théorème du toit

Si deux plans sécants contiennent deux droites parallèles (chacun une) alors leur droite d'intersection est parallèle aux deux précédentes.

4. Orthogonalité

a. Deux droites sont orthogonales s'il existe une parallèle à l'une perpendiculaire à l'autre. (remarque : Deux droites perpendiculaires sont nécessairement coplanaires)

b. Une droite est orthogonale à un plan si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan. Dans ce cas, elle est orthogonale à toute les droites du plan.

Exemple : Dans le cube précédent, (FG) et (EF) sont perpendiculaire, de même que (FG) et (BF) donc (FG) est orthogonale au plan (BFE) . Par suite, (FG) et (BE) sont orthogonales.